



A matemática do dia a dia

Prof. Aleksandro de Mello

Descrição

O estudo de equações do primeiro grau, razões, proporções, regras de três e juros.

Propósito

Apresentar a aplicabilidade dos conceitos matemáticos aqui explorados em situações do cotidiano e em contextos não escolares.

Preparação

Antes de iniciar o conteúdo deste tema, tenha em mãos papel, caneta e uma calculadora científica ou use a calculadora de seu *smartphone*/computador.

Objetivos

Módulo 1

Equações do primeiro grau

Examinar a importância das equações do primeiro grau.

Módulo 2

Razões, proporções e porcentagens

Identificar razões, proporções e porcentagens.

Módulo 3

Regra de três

Resolver problemas do cotidiano com regras de três.

Módulo 4

Juros simples e compostos

Praticar problemas com juros simples e compostos.



Introdução

Inicialmente, abordaremos como as equações do primeiro grau aparecem continuamente em problemas do cotidiano. Sendo assim, veremos como resolver tais tipos de problemas após a análise e suas interpretações.

Em seguida, abordaremos especificamente os conceitos de razões, proporções e porcentagem, juntamente com algumas das suas aplicações. Veremos que, em diversos contextos, esses conceitos nos fornecem informações que podem auxiliar, por exemplo, no planejamento de um transporte de cargas ou para se ter uma comparação sobre o aproveitamento escolar de uma turma.

Além disso, abordaremos o estudo e a resolução de problemas utilizando regras de três. Conforme veremos, existem diferentes tipos de regras de três e cada uma delas possui uma particularidade para a sua construção.

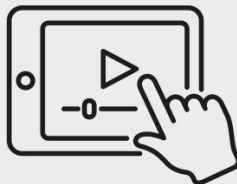
Por fim, trataremos de um dos principais temas que se relacionam com empreendimentos financeiros (empréstimos, investimentos, aplicações, seguros, compras), que é o conceito de juro.

No vídeo a seguir, veja o professor Sandro Davison explicando um pouco sobre a importância da matemática nas situações que enfrentamos na rotina.



Matemática do Dia a Dia

Para assistir a um vídeo sobre o assunto, acesse a versão online deste conteúdo.





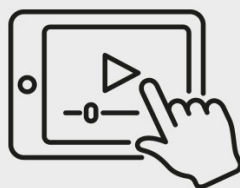
1 - Equações do primeiro grau

Ao final deste módulo, você será capaz de examinar a importância das equações do primeiro grau.

Equação do primeiro grau

A equação do primeiro grau está presente no nosso dia a dia. Neste vídeo, vamos compreender seu conceito, e aprender a manipulá-la de forma eficaz.

Para assistir a um vídeo sobre o assunto, acesse a versão online deste conteúdo.



Conceito

Para começar, considere a seguinte situação:

(UFRRJ- 2003) Clarissa é uma típica consumidora de shopping. Seu pai lhe deu uma certa importância em dinheiro para que comprasse algumas coisas. Ao passar por uma sapataria, encantou-se com um tênis e pagou por ele um quinto do que recebeu de seu pai. Em seguida, entrou numa loja de roupas e comprou uma calça, pagando um quarto do que restou. Clarissa ainda ficou com R\$120,00. Qual foi a quantia que ela recebeu de seu pai?

Como resolver esse tipo de problema?

Antes de iniciarmos com os estudos e resoluções desse tipo de situação, vamos entender o conceito de equação do primeiro grau.

Uma **equação do primeiro grau** é uma expressão matemática envolvendo termos conhecidos e desconhecidos da forma, conforme visto a seguir:

$$\boxed{a} \boxed{x} + \boxed{b} = 0$$

x é o valor desconhecido a ser determinado, chamado de **incógnita**.

a e b são números reais conhecidos, com $a \neq 0$, chamados de **coeficientes**.

Termos de uma equação do segundo grau.

É importante destacar que existem outros tipos de equações do primeiro grau com várias incógnitas, porém aqui abordaremos somente as equações do primeiro grau com uma incógnita apenas, como a equação acima.



Resolução do problema de Clarissa

No vídeo a seguir, veja a solução para o problema Clarissa.

Para assistir a um vídeo sobre o assunto, acesse a versão online deste conteúdo.



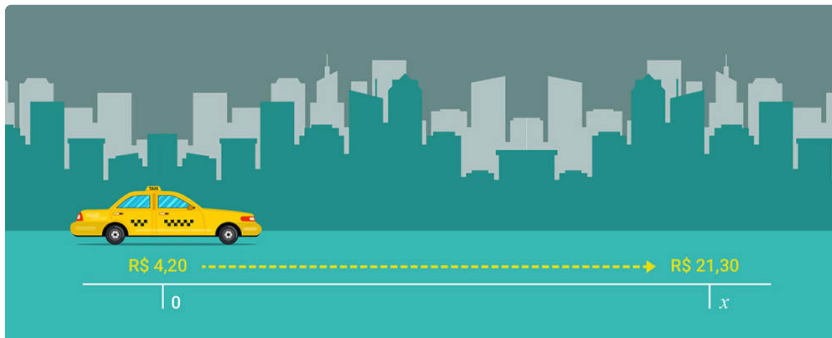
Agora que percebemos como o nosso assunto pode estar implicitamente presente em alguns passatempos do dia a dia, vamos analisar outras situações. Veremos como elas nos fornecem equações

do primeiro grau que podem ser resolvidas conforme comentamos anteriormente.

Agora pegue **papel**, **caneta** e sua **calculadora**, pois você testará seus conhecimentos a partir dos problemas propostos a seguir.

Problema 1

Em uma corrida de táxi, é comum pagarmos uma taxa fixa (chamada bandeirada) mais um valor variável que depende da distância percorrida. Se a bandeirada é de R\$4,20 e o quilômetro rodado custa R\$0,95, qual é distância percorrida por um passageiro que pagou R\$21,30?



Feito seu cálculo, veja agora a resolução proposta do problema 1 a seguir:

Solução

Vamos denotar por x a quantidade de quilômetros rodados. Como a bandeirada (R\$4,20) é fixa e pagamos R\$0,95 por quilômetro rodado, então, se o passageiro pagou R\$21,30 pela corrida, a equação do primeiro grau que representa essa situação é:

$$4,20 + 0,95x = 21,30$$

$$0,95x = 21,30 - 4,20$$

$$0,95x = 17,10 \quad x = 17,10$$

$$x = \frac{17,10}{0,95} = 18$$

Logo, a distância percorrida pelo passageiro foi de 18km.

Na verdade, a situação também poderia ser resolvida com um raciocínio puramente aritmético. Subtraindo a bandeirada do total da corrida, obtemos $21,30 - 4,20 = 17,10$. Dividindo este valor pelo custo do quilômetro rodado, obtemos $17,10/0,95 = 18$ km. Observe que os cálculos efetuados correspondem aos passos de resolução da equação acima. A vantagem de formular o problema como uma equação do primeiro grau é ter um processo mais automático de resolução.

Problema 2

(Adaptado de UNIRIO – 2016) Um grupo de amigos vai acampar no final de semana. Numa certa hora da manhã de domingo, o equivalente a um terço desse grupo está envolvido com o preparo do almoço, a metade do grupo cuida da limpeza do acampamento, a décima parte desses dois subgrupos colhe flores na redondeza e a única pessoa restante do grupo deleita-se lendo um bom livro. Quantos elementos tem esse grupo de amigos?

Atenção!

A imagem a seguir é meramente ilustrativa, não leve em consideração a quantidade de personagens presentes na cena para a resolução da atividade.

Vamos denotar por x a quantidade de amigos nesse grupo. Pelas informações do exercício, temos a seguinte divisão do grupo:



Representação do grupos de amigos no acampamento.

Cada grupo está organizado da seguinte forma:

1. Um terço desse grupo está envolvido com o almoço $= \frac{x}{3}$.

2. Metade do grupo cuida da limpeza $= \frac{x}{2}$.

3. A décima parte dos dois subgrupos acima colhe flores
 $= \frac{1}{10} \left(\frac{x}{3} + \frac{x}{2} \right)$.

4. Um elemento do grupo lendo um livro = **1**.

Como todos os x elementos do grupo estão distribuídos em uma das atividades acima, podemos formar a seguinte equação do primeiro grau:

$$x = \frac{x}{3} + \frac{x}{2} + \frac{1}{10} \left(\frac{x}{3} + \frac{x}{2} \right) + 1$$



Solução da equação

No vídeo a seguir, veja a resolução da equação do problema 2.

Para assistir a um vídeo sobre o assunto, acesse a versão online deste conteúdo.



Problema 3

Vamos voltar à situação mencionada no início deste módulo:

Clarissa é uma típica consumidora de shopping. Seu pai lhe deu uma certa importância em dinheiro para que comprasse algumas coisas. Ao passar por uma sapataria, encantou-se com um tênis e pagou por ele um quinto do que recebeu de seu pai. Em seguida, entrou numa loja de roupas e comprou uma calça, pagando um quarto do que restou. Clarissa ainda ficou com R\$120,00. Qual foi a quantia que ela recebeu de seu pai?

Vamos denotar por x a quantia em dinheiro que Clarissa recebeu de seu pai. Utilizando as informações do exercício, temos o seguinte:

1º gasto

Na sapataria, gastou um quinto da quantia total = $\frac{x}{5}$.

Restou = $x - \frac{x}{5}$.

2º gasto

Com a calça, gastou um quarto **do que restou** $\frac{1}{4} \left(x - \frac{x}{5} \right)$.

Restou ainda R\$120,00.

Com as informações acima, temos que a quantia total de dinheiro é igual à soma dos gastos mais o valor que sobrou, R\$120,00. Assim, formamos a seguinte equação do primeiro grau:

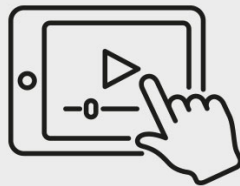
$$x = \frac{x}{5} + \frac{1}{4} \left(x - \frac{x}{5} \right) + 120$$



Solução da equação

No vídeo a seguir, veja a resolução da equação do problema 3.

Para assistir a um vídeo sobre o assunto, acesse a versão online deste conteúdo.



Falta pouco para atingir seus objetivos.

Vamos praticar alguns conceitos?

Questão 1

(Adaptada de PETROBRÁS – 2010) Laura disse para a sua filha Ana: daqui a 2 anos, terei o dobro da sua idade. Se hoje Ana tem 20 anos, qual é a idade atual de Laura?

A 40

B 42

C 44

D 46

E 48

Parabéns! A alternativa B está correta.

Vamos denotar por x a idade de Laura hoje. Pelos dados apresentados, sabemos que hoje Ana possui 20 anos. Como as informações fazem referência às idades daqui a 2 anos, então vamos analisar primeiramente as idades de Laura e de Ana separadamente:

Idade de Laura daqui a 2 anos será $= x + 2$;

Idade de Ana daqui a 2 anos será $= 20 + 2 = 22$.

Pelo enunciado, daqui a 2 anos, a idade de Laura será igual ao dobro da de Ana. Desse modo, podemos formar a seguinte equação do primeiro grau:

$$\begin{aligned}x + 2 &= 2 \times 22 \\x &= 44 - 2 \\x &= 42\end{aligned}$$

Logo, a **idade atual** de Laura é 42.

Questão 2

(CEFET/MG– 2018) Numa família com 7 filhos, sou o caçula e 14 anos mais novo que o primogênito de minha mãe. Dentre os filhos, o quarto tem a terça parte da idade do irmão mais velho, acrescida de 7 anos. Se a soma de nossas três idades é 42, então minha idade é um número:

A Divisível por 5

B Divisível por 3

- C Primo
- D Par
- E Maior que 10

Parabéns! A alternativa C está correta.

Como temos três dos sete filhos envolvidos no problema, vamos chamar o caçula de Filho 7, o primogênito de Filho 1 e o quarto filho de Filho 4. Com os dados do enunciado, podemos formar as seguintes informações:

Vamos denotar por x a idade do irmão caçula, ou seja, a idade do Filho 7 é x ;

Como o primogênito (Filho 1) possui 14 anos a mais que o caçula, então a idade do Filho 1 é igual a $x + 14$;

Agora, o Filho 4 tem a terça parte da idade do Filho 1, acrescida de 7 anos, ou seja, a idade do Filho 4 é:

$$\frac{1}{3}(x + 14) + 7 = \frac{x + 14}{3} + 7$$

Como a soma dessas três idades é 42, temos a seguinte equação:

$$x + x + 14 + \frac{x + 14}{3} + 7 = 42$$

E multiplicando essa igualdade por 3, obtemos que:

$$\begin{aligned} 3x + 3x + 42 + x + 14 + 21 &= 126 \\ 7x + 77 &= 126 \\ 7x &= 126 - 77 \\ 7x &= 49 \\ x &= 7 \end{aligned}$$

Logo, a idade do caçula é 7 anos, que é um número primo.



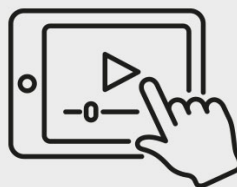
2 - Razões, proporções e porcentagens

Ao final deste módulo, você será capaz de identificar razões, proporções e porcentagens.

Razão

Sabe quando estamos no mercado e lemos que o kg de um alimento custa R\$10,00 mas o produto possui que escolhemos, tem menos de 1kg? Como calcular o valor a ser pago pelo produto? Vamos aprender agora, neste vídeo de razão e proporção.

Para assistir a um vídeo sobre o assunto, acesse a versão online deste conteúdo.



Conceito

Diversas situações do cotidiano envolvem tópicos da Matemática de maneira implícita, mas que podem ser resolvidos rapidamente, após uma análise e interpretação do problema. Por exemplo, observe a seguinte imagem:



Caminhão de carga.

Sabendo que a capacidade de carga de um caminhão é de 10 toneladas e cada caixa do produto que será transportado pesa 200kg, qual a razão entre o peso de cada caixa e a carga máxima transportada?

Veremos como resolver o problema acima utilizando o próximo conceito trabalhado a seguir, a razão.

A razão entre dois números reais a e b , onde $b \neq 0$, é o valor do quociente de a por b , que representamos das seguintes maneiras:

$$\frac{a}{b} \text{ ou } a : b$$

As duas representações acima podem ser lidas dos seguintes modos:

- Razão de a para b ;
- a está para b ;
- a para b .

O termo a nessas representações é chamado de **antecedente** e o termo b é chamado **consequente**.

Sejam a e b números reais não nulos. A **razão inversa** (ou **recíproca**) da razão $\frac{a}{b}$ é a razão:

$$\frac{b}{a}$$

Note que $\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = \frac{ab}{ba} = 1$.

Vejamos alguns exemplos de razões e os seus significados:

- A razão de 20 para 5 é um exemplo de razão cujo valor é 4, pois a razão de 20 para 5 é representada pelo quociente $\frac{20}{5} = 4$;

- A razão de 10 para 30 é um exemplo de razão cujo valor é $\frac{1}{3}$, pois a razão de 10 para 30 é representada pelo quociente $\frac{10}{30} = \frac{1}{3}$.

Pegue novamente **o papel, a caneta e a calculadora!** Vamos praticar!

Problema 1

Digamos que o salário de Pedro é de R\$4.000,00 e o de Paulo é de R\$2.000,00. As seguintes perguntas são feitas como:

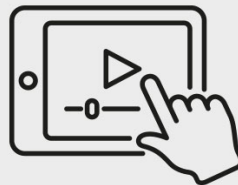
- Qual a razão do salário de Pedro para o salário de Paulo? O que essa razão significa?
- Qual a razão recíproca do item acima? O que essa razão representa?



Solução

No vídeo a seguir, veja a resolução do problema 1.

Para assistir a um vídeo sobre o assunto, acesse a versão online deste conteúdo.



É importante notar que, para se fazer a razão entre grandezas, estas devem estar na **mesma unidade de medida**.

Problema 2

Você lembra da capacidade de carga do caminhão no início do módulo? Se a capacidade de carga desse caminhão é de 10 toneladas e cada caixa do produto que será transportado pesa 200kg, qual a razão entre o peso de cada caixa e a carga máxima transportada? Faça seu cálculo e, em seguida, compare com a resolução a seguir:

Solução



Como as cargas estão em unidades diferentes (uma está em toneladas e a outra está em kg), devemos colocá-las na mesma unidade. Como uma tonelada (1 ton) equivale a 1000kg, então a carga máxima do caminhão é de 10.000kg. Logo, a razão de 200kg para 10.000kg é

$$\frac{200}{10000} = 0,02$$

Como veremos a seguir, é conveniente expressar a razão acima usando **porcentagem**.

Vimos que a razão entre o **peso de cada caixa** e a **carga máxima do caminhão** era **0,02**, mas, baseados na definição de porcentagem ou razão centesimal, esse valor simboliza o seguinte quociente:

Porcentagem

Porcentagem ou razão centesimal é o nome dado às razões cujo denominador é o número 100. Essas razões podem ser representadas pelo símbolo %.

Exemplo: 8% (lê-se: Oito por cento) é uma forma de representar a seguinte razão:

$$8\% = \frac{8}{100} = 0,08$$

Em outras palavras, a expressão 8% significa que estamos tomando 8 partes de um todo que foi dividido em 100 partes iguais.

$$\frac{200}{10000} = 0,02 = \frac{2}{100} = 2\%$$

Isso significa que a carga de cada caixa equivale a 2% da carga máxima do caminhão, ou seja, se considerarmos que o caminhão possui 100 espaços iguais, então cada caixa ocupa dois desses espaços.



Porcentagem

No vídeo a seguir, veja o que é porcentagem e sua aplicação em um exemplo.

Para assistir a um vídeo sobre o assunto, acesse a versão online deste conteúdo.



Proporção

Conceito

Uma **proporção** é o nome dado à igualdade entre razões. Dizemos que os números **a, b, c, d**, onde $b \neq 0$ e $d \neq 0$, formam, nessa ordem, uma **proporção**, se temos a seguinte igualdade:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Lê-se a expressão acima da seguinte maneira: a está para b , assim como c está para d .

Multiplicando ambos os termos da proporção por bd , obtemos $ad = bc$. Este procedimento é chamado de multiplicação cruzada e é frequentemente utilizado em problemas envolvendo proporções.

Veja alguns exemplos de proporções:

A razão de 20 para 100 é 0,2, pois $\frac{20}{100} = 0,2$. A razão de 5 para 25 também é 0,2, pois $\frac{5}{25} = 0,2$. Assim, essas razões são iguais e podemos afirmar que a igualdade abaixo representa uma proporção:

$$\frac{20}{100} = \frac{5}{25}$$

Você já sabe: pegue novamente o **papel**, a **caneta** e a **calculadora**!
Vamos lá!

Problema 1

Sabendo que os números 20, 4, x e 30 formam, nesta ordem, uma proporção, calcule o valor de x e, em seguida, compare-o com a resolução proposta a seguir:

Solução



Como os números 20, 4, x e 30 formam, nesta ordem, uma proporção, podemos elaborar a seguinte igualdade de razões:

$$\frac{20}{4} = \frac{x}{30}$$

Fazendo a multiplicação cruzada, obtemos:

$$4x = 20.30$$

$$4x = 600$$

$$x = 150$$

Problema 2

A soma de dois números vale 700. Sabendo que um deles está para 3 assim como o outro está para 4, quanto vale o produto desses números? Faça o cálculo e compare-o com a resolução proposta a seguir:

Solução



Sejam x e y os números do enunciado. Como um deles, digamos x , está para 3 assim como o outro y está para 4, podemos formar a seguinte igualdade de razões:

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{4}$$

Como sabemos que $x + y = 700$, temos que:

$$\frac{x + y}{3 + 4} = \frac{x}{3}$$

$$\frac{700}{7} = \frac{x}{3}$$

$$100 = \frac{x}{3}$$

$$x = 300$$

Agora, como $x + y = 700$ e $x = 300$, então obtemos que $y = 400$. Logo, o produto desejado é:

$$x \cdot y = 300 \cdot 400 = 120000$$

Alguns dos principais problemas envolvendo proporções e porcentagens são resolvidos utilizando-se regras de três, como veremos no próximo módulo.

Falta pouco para atingir seus objetivos.

Vamos praticar alguns conceitos?

Questão 1

Em um posto de gasolina, o valor atual do etanol é de R\$4,00.
Sabendo que o etanol sofrerá um aumento de 7% no seu valor, qual será o novo valor do etanol?

A R\$4,18

B R\$4,21

C R\$4,28

D R\$4,32

E R\$4,50

Parabéns! A alternativa C está correta.

Como o valor atual é de R\$4,00 e sofrerá um aumento de 7%, então:

$$= 7\% \text{ de } 4 = \frac{7}{100} \times 4 = \frac{7 \times 4}{100} = \frac{28}{100} = 0,28$$

Assim, o novo valor será o valor atual somado com o valor do aumento, ou seja:

$$\text{Novo valor} = 4 + 0,28 = 4,28$$

Questão 2

A diferença entre dois números é 100. Sabendo que o maior está para 15, assim como o menor está para 5, então a soma desses números é:

A 120

B 180

C 200

D 250

E 300

Parabéns! A alternativa C está correta.

Sejam x e y os números do enunciado. Queremos descobrir o valor de $x + y$. Como um dos números é maior que o outro, vamos supor que $x > y$. Desse modo, sabemos que:

$$x - y = 100$$

Como $x > y$, sabemos pelo enunciado que x está para 15 assim como y está para 5. Logo, podemos formar a seguinte igualdade de razões:

$$\frac{x}{15} = \frac{y}{5}$$

Sabendo que $x - y = 100$, então, temos que:

$$\begin{aligned}\frac{x - y}{15 - 5} &= \frac{x}{15} \\ \frac{100}{10} &= \frac{x}{15} \\ 10 &= \frac{x}{15} \\ x &= 150\end{aligned}$$

Como $x - y = 100$ e $x = 150$, então $y = 50$. Logo:

$$x + y = 150 + 50 = 200$$



3 - Regras de três

Ao final deste módulo, você será capaz de resolver problemas do cotidiano com regras de três.

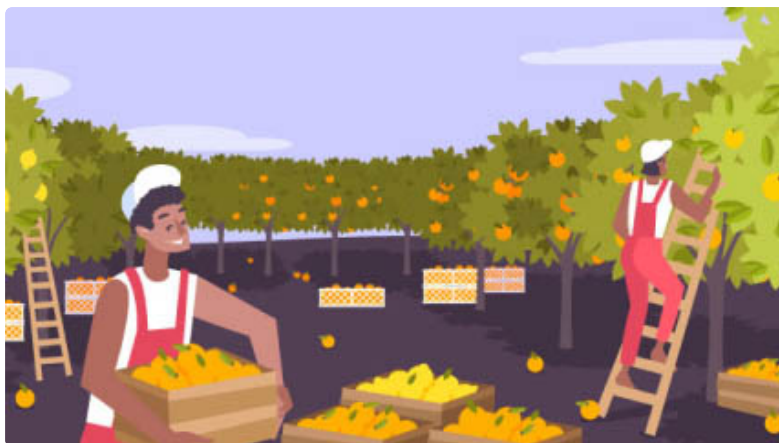
Conceitos das regras de três

Grandezas diretamente proporcionais e inversamente proporcionais

Antes de iniciarmos o estudo da regra de três, vamos relembrar os conceitos de grandezas diretamente proporcionais e de grandezas inversamente proporcionais. Esses conceitos serão o princípio básico para a resolução dos problemas envolvendo regras de três.

Duas grandezas são diretamente proporcionais quando, ao se multiplicar uma delas por um número positivo, a outra também é multiplicada por esse número. Duas grandezas são inversamente proporcionais quando, ao se multiplicar uma delas por um número positivo, a outra fica dividida por esse número.

Vejamos um exemplo prático para entendermos essa definição.
Considere as seguintes situações:



Uma fazenda produz mensalmente 20 toneladas de laranja. Analisando as grandezas **tempo de produção** e **peso de laranjas produzidas**, vemos que essas grandezas são **diretamente proporcionais**, pois quando o tempo de produção dobra, o número de laranjas produzidas também dobra. Quando o tempo triplica, o número de laranjas também triplica, e assim por diante.



Dois operários levam 3 horas para descarregar um caminhão. Analisando as grandezas **número de operários** e **tempo de descarregar**, vemos que essas grandezas são **inversamente proporcionais**, pois dobrando o número de operários, o tempo para descarregar se reduz à metade. Triplicando o número de operários, o tempo se reduz à terça parte, e assim por diante.



A importância das regras de três

No vídeo a seguir, veja como é importante o uso das regras de três no cotidiano.

Para assistir a um vídeo sobre o assunto, acesse a versão online deste conteúdo.



Vejamos agora como resolver problemas utilizando regras de três. Como temos três tipos distintos de regras de três, veremos cada um deles separadamente.

Tipos de regras de três

Regra de três simples e direta

Utilizamos regra de três **simples** e **direta** quando queremos resolver problemas que envolvem **duas grandezas** que são **diretamente proporcionais**. Vejamos alguns exemplos de resolução utilizando essa regra.

Problema 1

Em uma fazenda, a produção mensal de laranjas é de 20 toneladas. Qual é a produção anual em toneladas dessa fazenda? Veja a resolução a seguir:

Solução



Este é um típico caso de regra de três simples (envolve apenas duas grandezas: tempo de produção e peso de laranjas produzidas) e direta (as grandezas envolvidas são diretamente proporcionais).

Vamos representar por **T** o tempo de produção (em meses) e por **P** a produção (em toneladas). Como 1 ano possui 12 meses, chamando de ***x*** a produção desejada e utilizando os dados do enunciado, podemos fazer a seguinte representação:

	T		P	
	1	—	20	
↓	12	—	x	↓

Representação da regra de três simples.

As setas na imagem acima apontam na **mesma direção** para significar que as grandezas são **diretamente proporcionais**. Com essa orientação das setas, podemos montar a seguinte proporção:

$$\frac{1}{12} = \frac{20}{x}$$

E fazendo a **multiplicação cruzada**, obtemos que:

$$x = 12 \cdot 20 = 240 \text{ toneladas}$$

Logo, a produção anual de laranjas dessa fazenda é de 240 toneladas.

Problema 2

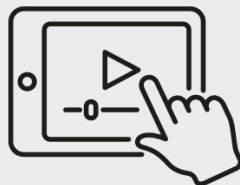
O próximo exemplo é de um caso de regra de três simples envolvendo porcentagem. Você consegue resolver? Separe o material e vamos começar. Anteriormente, vimos que o peso de uma caixa do produto equivale a 2% da carga máxima de um caminhão. Qual a quantidade máxima de caixas que o caminhão pode transportar?



Solução do problema 2

No vídeo a seguir, veja a resolução problema 2.

Para assistir a um vídeo sobre o assunto, acesse a versão online deste conteúdo.



Problema 3

Renato, ao completar seus 18 anos, resolveu comprar seu primeiro carro. Em uma revendedora de automóveis, o carro que ele mais gostou custa R\$25.000,00. Como Renato é muito convincente, combinou com o vendedor da loja o seguinte: se o pagamento for em dinheiro, o valor do carro tem um desconto de 20%. Qual é o valor do desconto desse carro no pagamento em dinheiro?



Solução do problema 3

No vídeo a seguir, veja a resolução do problema 3.

Para assistir a um vídeo sobre o assunto, acesse a versão online deste conteúdo.



Regra de três simples inversa

Utilizamos regra de três **simples inversa** quando queremos resolver problemas que envolvem **duas grandezas** que são **inversamente proporcionais**. Vejamos alguns exemplos de resolução utilizando essa regra.

Problema 1

Uma torneira leva 7 horas para encher um tanque. Se fossem utilizadas 5 torneiras, quanto tempo levaria para encher esse mesmo tanque?

Solução



Este é um caso de regra de três simples, pois envolve apenas duas grandezas: **tempo para encher** e **número de torneiras**. Note também que essas grandezas são **inversamente proporcionais**, pois quando o número de torneiras é multiplicado por um fator, o tempo para encher o tanque é dividido por esse mesmo fator.

Vamos representar por **T** o tempo para encher (em horas) e por **N** o número de torneiras. Utilizando os dados do enunciado, podemos fazer a representação à esquerda. As setas na imagem à esquerda apontam em direções opostas para significar que as grandezas são inversamente proporcionais. Como a orientação das setas é oposta, antes de efetuar qualquer cálculo, devemos inverter os termos de uma das setas para que as duas setas apontem na mesma direção, como na imagem à direita.

	T		N		T		N	
↓	7	—	1	↑	↓	7	—	5
↓	x	—	5		↓	x	—	1

Representação da regra de três simples inversa.

Agora, com essa orientação das setas, podemos montar a seguinte proporção:

$$\frac{7}{x} = \frac{5}{1}$$

E fazendo a **multiplicação cruzada**, obtemos que:

$$5x = 7 \Rightarrow x = \frac{7}{5} = 1,4 \text{ h}$$

Como 1h = 60min:

$$0,4 \text{ h} = 0,4 \times 60 \text{ min} = 24 \text{ min}$$

Logo, 5 torneiras levariam para encher o tanque:

$$1,4 \text{ h} = 1 \text{ h} + 0,4 \text{ h} = 1 \text{ hora e } 24 \text{ minutos}$$

Problema 2

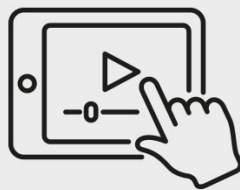
Pegue o papel e a caneta mais uma vez! Agora você já consegue responder à questão apresentada no início do módulo. Em uma transportadora, dois operários levam 3 horas para descarregar um caminhão. Quantas horas serão necessárias para 5 operários descarregarem esse caminhão?



Solução

No vídeo a seguir, veja a resolução do problema 2.

Para assistir a um vídeo sobre o assunto, acesse a versão online deste conteúdo.



Regra de três composta

Utilizamos regra de três **composta** quando queremos resolver problemas que envolvem **três ou mais grandezas**. Como temos mais do que duas grandezas envolvidas, a análise das grandezas diretamente ou inversamente proporcionais deve ser feita aos pares, conforme veremos a seguir.

Problema 1

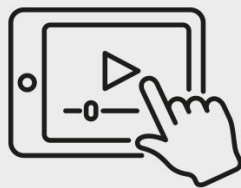
Em uma empresa de transporte, 10 trabalhadores descarregam 210 caixas de mercadoria em 3 horas. Quantas horas serão necessárias para 25 trabalhadores descarregarem 350 caixas?



Solução

No vídeo a seguir, veja a resolução do problema 1.

Para assistir a um vídeo sobre o assunto, acesse a versão online deste conteúdo.



Problema 2

(2013 – BNDES) O gráfico a seguir apresenta o consumo médio de oxigênio, em função do tempo, de um atleta de 70kg ao praticar natação:

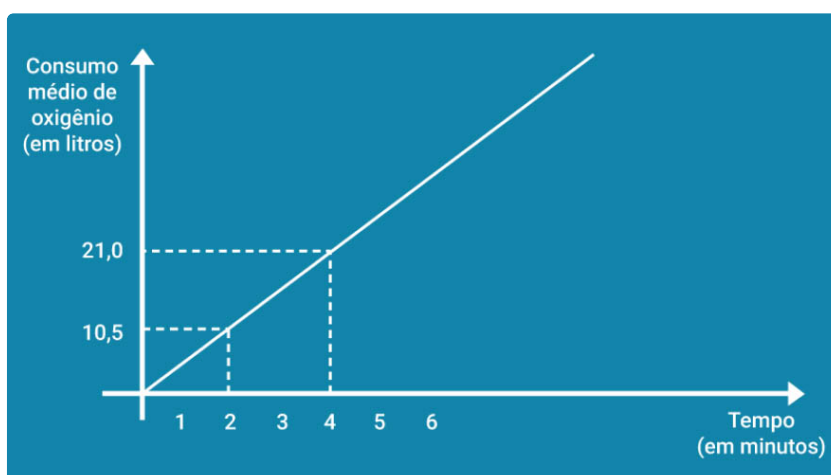


Gráfico: Consumo médio de oxigênio de um atleta

Considere que o consumo médio de oxigênio seja diretamente proporcional à massa do atleta. Qual será, em litros, o consumo médio de oxigênio de um atleta de 80kg, durante 10 minutos de prática de natação?

Solução



Vamos representar por **M** a massa do atleta (em kg), por **L** o consumo de oxigênio (em litros) e por **T** o tempo de atividade (em minutos). Pelo gráfico, podemos ver que um atleta de 70kg consome 21 litros de oxigênio em 4 minutos. Como queremos saber o consumo de um atleta com 80kg durante 10 minutos, podemos representar o problema da seguinte maneira:

M	T	L
70	4	21
80	10	x

Agora, vamos analisar se as grandezas são diretamente ou inversamente proporcionais. Como queremos saber x na grandeza L, vamos comparar as relações das grandezas **M** e **T** com relação a **L**.

Considerando apenas as grandezas **M** e **L**, elas terão setas com orientação **igual**, pois, pelo enunciado, essas grandezas são diretamente proporcionais, como na representação à esquerda. Considerando apenas as grandezas **T** e **L**, elas terão setas com orientação igual também, pois, se aumentarmos o tempo de natação, aumentamos o consumo de oxigênio, ou seja, são grandezas diretamente proporcionais, como na representação à direita acima.

	M	T	L			M	T	L	
↓	70	4	21	↓	↓	70	4	21	↓
↓	80	10	x	↓	↓	80	10	x	↓

Representação da regra de três composta.

Como todas as setas apontam na mesma direção, então podemos montar a proporção que nos fornecerá o resultado desejado:

$$\frac{70}{80} \times \frac{4}{10} = \frac{21}{x} \Rightarrow \frac{70 \times 4}{80 \times 10} = \frac{21}{x} \Rightarrow \frac{280}{800} = \frac{21}{x}$$

E fazendo a **multiplicação cruzada**, obtemos:

$$280x = 16800 \Rightarrow x = \frac{16800}{280} = 60 \text{ litros}$$

Logo, um atleta com 80kg, durante 10 minutos de natação, consome 60 litros de oxigênio.

É importante notar que a resolução da regra de três composta deve seguir os passos abaixo:

- A grandeza que contém a variável desejada (x no exemplo anterior está na grandeza **T**) deve ficar, preferencialmente, em um dos extremos (direita ou esquerda) para facilitar a visualização e auxiliar na proporção do cálculo final;
- Após analisar as orientações das setas e colocar todas no mesmo sentido, a proporção deve ser feita conforme visto nos exemplos acima, ou seja, a razão que contém a variável desejada (no caso, x) **deve ficar isolada em um dos lados da igualdade**, enquanto que as demais razões ficam do outro lado da igualdade sendo multiplicadas normalmente.

Falta pouco para atingir seus objetivos.

Vamos praticar alguns conceitos?

Questão 1

Com uma certa quantia em dinheiro, eu posso comprar 21 garrafas de vinho tinto no valor de R\$12,00. Se eu escolher garrafas de vinho branco, cujo valor é R\$14,00, quantas garrafas de vinho branco eu posso comprar?

A 15

B 17

C 18

D 19

E 20

Parabéns! A alternativa C está correta.

Este é um caso de regra de três simples, pois envolve apenas duas grandezas: **valor da garrafa** e **número de garrafas compradas**. Note também que essas grandezas são **inversamente proporcionais**, pois, ao multiplicar o valor da garrafa por um fator, o número de

garrafas que podem ser compradas é dividido por esse mesmo fator. Logo, é um caso de regra de três simples e inversa.

Vamos representar por **V** o valor da garrafa (em R\$) e por **N** o número de garrafas compradas. Utilizando os dados do enunciado, podemos fazer a representação à esquerda. As setas na imagem à esquerda apontam em **direções opostas** para significar que as grandezas são inversamente proporcionais. Como a orientação das setas é **oposta**, antes de efetuar qualquer cálculo, devemos **inverter os termos de uma das setas** para que as duas setas apontem na mesma direção, como na imagem à direita.

	V		N		V		N	
↓	12	—	21	↑	↓	12	x	↓
↓	14	—	x	↑	↓	14	21	↓

Representação da regra de três composta.

Agora, com essa orientação das setas no mesmo sentido, podemos montar a seguinte proporção:

$$\frac{12}{14} = \frac{x}{21}$$

E fazendo a multiplicação cruzada, obtemos que:

$$14x = 12 \cdot 21 \Rightarrow 14x = 252 \Rightarrow x = \frac{252}{14} = 18$$

Logo, se a garrafa custar R\$14,00, podem ser compradas 18 garrafas.

Questão 2

Uma família com três pessoas consome, em média, 12m³ de água a cada 20 dias. Se mais uma pessoa se juntar a essa família, quantos metros cúbicos de água eles consumirão em uma semana?

A 5,6m³

B 6m^3

C $6,6\text{m}^3$

D 7m^3

E 8m^3

Parabéns! A alternativa A está correta.

Vamos representar por **V** o volume de água consumida (em m^3), por **F** o número de pessoas na família e por **D** o tempo em dias. Pelo enunciado, podemos representar o problema da seguinte maneira:

V F D

12 3 20

x 4 7

Agora, vamos analisar se as grandezas são diretamente ou inversamente proporcionais. Como queremos saber x na grandeza **V**, vamos comparar as relações das grandezas **F** e **D** com relação a **V**.

Considerando apenas as grandezas **F** e **V**, elas terão setas com orientação **igual**, pois se aumentarmos multiplicando o número de pessoas por um fator, o volume de água consumido é multiplicado por esse mesmo fator, ou seja, são grandezas diretamente proporcionais, como na representação à esquerda. Considerando apenas as grandezas **D** e **V**, elas terão setas com orientação **igual** também, pois, se multiplicarmos o número de dias por um fator, o volume de água consumida é multiplicado por esse mesmo fator, ou seja, são grandezas diretamente proporcionais, como na representação à direita.

	V		F	D		V		F	D
↓	12	↓	3	20	↓	12	↓	3	20
↓	14	↓	4	7	↓	x	↓	4	7

Como todas as setas apontam na mesma direção, então podemos montar a proporção que nos fornecerá o resultado desejado:

$$\frac{12}{x} = \frac{3}{4} \times \frac{20}{7} \Rightarrow \frac{12}{x} = \frac{3 \times 20}{4 \times 7} \Rightarrow \frac{12}{x} = \frac{60}{28}$$

E fazendo a multiplicação cruzada, obtemos:

$$60x = 336 \Rightarrow x = \frac{336}{60} = 5,6$$

Logo, uma família com 4 pessoas, em uma semana, consumirá 5,6m³ de água.



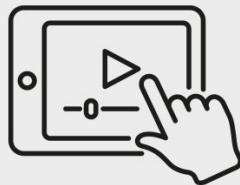
4 - Juros simples e compostos

Ao final deste módulo, você será capaz de praticar problemas com juros simples e compostos.

Juros

O dinheiro tem seu valor alterado durante o tempo. Esse é o conceito de juros. Vamos compreendê-lo na prática, assistindo o vídeo a seguir:

Para assistir a um vídeo sobre o assunto, acesse a versão online deste conteúdo.



Conceito

Em cada situação, o juro pode representar uma situação diferente, por exemplo, o rendimento (ou lucro) de um investimento, imposto cobrado sobre um valor ganho (como a cobrança do imposto de renda), aumento no valor de uma compra (quando parcelamos) ou de uma conta (quando se atrasa o pagamento), desvalorização de um carro etc.

Considere a seguinte situação: Ana pediu R\$500,00 emprestados a Pedro, para pagar depois de 5 meses, à taxa de 3% ao mês. Qual será o valor que Ana deverá pagar ao final desse período?

Veremos que, para resolver esse problema, precisamos entender alguns fatores envolvidos nesse tipo de situação e saber qual espécie de juros está sendo cobrada: simples ou composta. A seguir, vamos apresentar os principais conceitos que vamos precisar para o entendimento e estudo deste módulo:

Juro

É o nome dado a toda compensação em dinheiro que se paga ou que se recebe, por uma quantia de dinheiro que foi emprestada ou que se pede emprestada. Seu símbolo será **J**.

Capital

Essa quantia de dinheiro emprestada ou que se pede emprestada é chamada de **capital**, cujo símbolo será **C**.

Taxa de porcentagem

A compensação que o juro fornecerá depende de uma **taxa de porcentagem** que irá ser paga ou recebida pelo empréstimo. Essa

taxa é chamada de **taxa de juro**, cujo símbolo será **i**.

Montante

O valor total em dinheiro que é pago ou recebido ao final do empréstimo (ou seja, capital + juro) é chamado de **montante** e é representado por $M = C + J$.

Prazo

O tempo, do início ao término do empréstimo, é chamado de prazo, que denotaremos por **t**.

A taxa de juros (**i**) é indicada com relação ao intervalo de tempo, por exemplo: dia, mês, ano, bimestre, trimestre etc. Abaixo, listamos os mais utilizados:

1% a.d.

Significa: 1% ao dia.

5% a.m.

Significa: 5% ao mês.

15% a.a.

Significa: 15% ao ano.

A taxa de juros (**i**) e o tempo de aplicação (prazo = **t**) **devem sempre estar na mesma unidade de medida**, ou seja, se **i** for uma taxa por dia, então **t** deve ser contado em dias, se **i** for uma taxa mensal, então **t** deve ser contado em meses, e assim, sucessivamente.

Tipos de juros

Juros simples

Os **juros simples** são obtidos por meio do chamado **regime de capitalização simples**. Isso significa que não **há incidência de juros sobre juros**. Dessa forma, o juro obtido no regime de juros simples é o resultado da taxa de juros por período (que pode ser dias, meses, anos etc.) multiplicado pelo capital.

Voltemos ao exemplo de Ana: Qual será o valor pago a Pedro depois de 5 meses, considerando a taxa de 3% ao mês? Veja a resolução a seguir:

Solução

Vamos, inicialmente, extrair os dados do enunciado utilizando as notações já apresentadas. O capital emprestado foi **C = 500**, a uma taxa de juros **i = 3% a.m.**, durante um período de **t = 5** meses. Como a taxa é de 3% ao mês no regime de capitalização simples, então, **ao final de cada mês**, Ana deverá pagar juros de:

$$i \times C = 3\% \times 500 = \frac{3}{100} \times 500 = \frac{1500}{100} = 15 \text{ reais / m}$$

Sabendo que o empréstimo terá duração de **t = 5 meses**, então, só de juros, Ana vai pagar:

$$\text{math xmlns=https://www.w3.org/1998/Math/MathM}$$

Logo, ao final do período, Ana terá que pagar os R\$500,00 acrescidos dos R\$75,00 de juros, ou seja, Ana vai pagar R\$575,00.

Note que, no exemplo acima, o valor pago de juros simples ao final do período de empréstimo foi determinado pela multiplicação:

$$\text{Capital } (C) \times \text{taxa}(i) \times \text{tempo}(t)$$

Ou seja, podemos representar os juros simples da seguinte maneira: considerando **C** o valor do capital do empréstimo e **i** a taxa de juros simples associada ao tempo de duração **t**, o valor do **juro simples** será dado pela fórmula:

$$J = C \times i \times t$$

Ou simplesmente: $J = C \cdot i \cdot t$. Dessa forma, o **montante** (valor total pago ou recebido do empréstimo) obtido ao final do período será dado por:

$$M = C + J = C + C \cdot i \cdot t = C(1 + it)$$

Vejamos mais alguns exemplos.

Problema 1

Maria aplicou R\$10.000,00 à taxa de juros simples de 2% ao mês, durante 6 meses. Quanto Maria receberá de juros e de montante?

Solução

Temos que o capital inicial é $C = R\$10.000,00$, o tempo de aplicação é de $t = 6$ meses e o juro simples é de:

$$i = 2\% = \frac{2}{100} = 0,02 \text{ ao mês}$$

Como o tempo t e a taxa de juros i estão na mesma unidade de medida, então, utilizando a fórmula do juro simples, obtemos que:

$$J = C \times i \times t = 10000 \times 0,02 \times 6 = 1200$$

E o montante será dado pela fórmula:

$$M = C + J = 10.000 + 1.200 = 11.200$$

Outra forma para calcular o montante:

$$M = C(1 + it) = 10.000(1 + 0,02 \times 6) = 10.000(1,12)$$

Logo, Maria receberá R\$1.200,00 de juros e o montante será de R\$11.200,00.

Note que, no exemplo acima, o tempo t e a taxa de juros i foram dados na mesma unidade de medida.

Como proceder no caso em que as unidades são diferentes? Nesses casos, podemos utilizar regra de três simples e direta para igualarmos as unidades.

Utilizando essa informação, pegue papel e caneta e resolva mais esse exemplo.

Problema 2

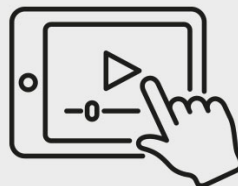
Ana aplicou R\$15.000,00 por 2 meses a uma taxa de juros simples de 36% ao ano. Qual foi o rendimento que Ana obteve ao final desse período?



Solução

No vídeo a seguir, veja a resolução do problema 2.

Para assistir a um vídeo sobre o assunto, acesse a versão online deste conteúdo.



Juros compostos

Os juros compostos são obtidos por meio do chamado **regime de capitalização composta**. Diferentemente do juro simples, nesse regime composto, significa que há **incidência de juros sobre juros**, ou seja, o juro de cada período é acrescentado ao capital, formando um novo capital. Sobre este novo capital, incidem novos juros referentes ao período seguinte, e assim por diante. Esta é a situação que ocorre na

maior parte das transações financeiras. Vejamos um exemplo para entendermos esse processo.

Problema

João aplicou R\$300.000,00 em uma empresa a juro composto de 2% ao mês. Se a aplicação tiver duração de 3 meses, qual será o montante que João vai receber da empresa? De quanto foi o juro obtido após esse tempo?

Solução

Vamos, inicialmente, extrair os dados do enunciado utilizando as notações já apresentadas. O capital aplicado foi **C = 300.000**, a uma taxa de juro composto de **i = 2% a.m.** durante um período de **t = 3** meses. Como no regime de juro composto ocorre incidência de juro sobre juro, para calcular o montante final, precisamos fazer o processo mês a mês, conforme mostramos a seguir:

1º mês: João receberá de juros o equivalente a **i = 2%** de **C = 300.000**, ou seja, o juro obtido após o primeiro mês será:

$$J = i \times C = 2\% \times 300.000 = \frac{2}{100} \times 300.000 = \frac{600.000}{100}$$

Assim, o montante ao final do primeiro mês, que será o nosso

novo capital (que denotaremos por C_1), é de:

$$C_1 = 300.000 + 6.000 = 306.000$$

2º mês: João receberá de juros o equivalente a **i = 2%** de

$C_1 = 306.000$, ou seja, o juro obtido após o segundo mês será:

$$J = i \times C_1 = 2\% \times 306.000 = \frac{2}{100} \times 306.000 = \frac{612.000}{100}$$

Assim, o montante ao final do segundo mês, que será o nosso

novo capital (que denotaremos por C_2), é de:

$$C_2 = 306.000 + 6.120 = 312.120$$

3º mês: João receberá de juros o equivalente a $i = 2\%$ de

$$C_2 = 312.120 \quad \text{ou seja, o juro obtido após o terceiro mês}$$

será:

$$J = i \times C_2 = 2\% \times 312.120 = \frac{2}{100} \times 312.120 = \frac{624.24}{100}$$

Assim, o montante ao final do terceiro e último mês será:

$$M = 312.120 + 6.242,40 = 318.362,40$$

Logo, o montante que João receberá da empresa ao final de 3 meses será de:

$$M = 318.362,40 \text{ reais}$$

O juro total obtido ao final do período é o valor do montante menos o valor do capital aplicado inicialmente, ou seja, o juro total obtido foi:

$$J = M - C = 318.362,40 - 300.000 = 18.362,40 \text{ reais}$$

É necessário fazer este passo a passo sempre que trabalharmos com juros compostos? A resposta é **não**. Este exemplo foi apenas para entendermos como o regime de juros compostos funciona. Para resolvermos esse tipo de problema, utilizamos a **fórmula do montante** para juro composto, apresentada a seguir. Considerando **C** o valor do capital aplicado (ou emprestado), **i** a taxa de juros **compostos** associada ao tempo de duração **t**, o valor do montante será dado pela fórmula:

$$M = C \cdot (1 + i)^t$$

Dessa forma, o **juro** obtido ao final do período será dado por:

$$J = M - C$$

Novamente, destacamos que, para efetuar esses cálculos, a taxa de juro i e o tempo t devem estar sempre na mesma unidade de medida, assim como vimos no cálculo do juro simples.

Baseado nas informações do exemplo de juros compostos, como o capital aplicado foi de **C = 300000**, a uma taxa de juro composto de $i = 2\% = \frac{2}{100} = 0,02$ ao mês, durante um período de **t = 3** meses, então, pela fórmula do montante, temos que o montante obtido por João ao final do terceiro mês de aplicação será:

$$M = C \cdot (1 + i)^t = 300.000(1 + 0,02)^3 = 300.000(1,02)^3$$

$$M = 318.362,40 \text{ reais}$$

E o **juro** obtido será de:

$$J = M - C = 318.362,40 - 300.000 = 18.362,40 \text{ reais}$$

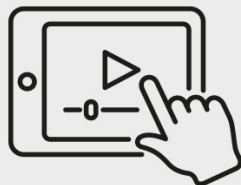
Outro caso possível para a utilização de juro (tanto o simples, quanto o composto) é o da **desvalorização** de um certo investimento, digamos, a desvalorização de um carro de acordo com o tempo.



Valor de juros

No vídeo a seguir, veja exemplos em que os valores de juros são subtraídos.

Para assistir a um vídeo sobre o assunto, acesse a versão online deste conteúdo.



Falta pouco para atingir seus objetivos.

Vamos praticar alguns conceitos?

Questão 1

Se João aplicar um capital de R\$9.000,00 a uma taxa anual de 15%, quanto tempo será necessário para se produzir R\$5.400,00 de juros simples?

A 2 anos

B 3 anos

C 4 anos

D 5 anos

E 6 anos

Parabéns! A alternativa C está correta.

Temos que o capital investido foi de **C = 9.000**, a uma taxa de juros simples de

$$i = 15\% = \frac{15}{100} = 0,15 \text{ ao ano}$$

Como a taxa de juros é anual, queremos saber quanto tempo **t (em anos)** é necessário para se produzir um juro simples de **J = 5.400**.

Utilizando os dados acima e a fórmula dos juros simples, obtemos:

$$J = C \times i \times t \Rightarrow 5400 = 9000 \times 0,15 \times t \Rightarrow 5400 = 1350t \Rightarrow t = \frac{5400}{1350} = 4$$

Questão 2

Com o aumento do dólar em relação ao real, Pedro resolveu aplicar seu capital de US\$15.000,00 dólares em dois tipos de investimento: aplicou 30% desse valor em um investimento que rende juros simples de 4% ao mês e o restante do valor em um investimento que rende juros compostos de 5% ao mês. Sabendo que ambas as aplicações terão duração de 3 meses, o lucro que esse investimento renderá para Pedro é de, aproximadamente:

- A US\$1.000,00
- B US\$2.000,00
- C US\$3.000,00
- D US\$4.000,00
- E US\$5.000,00

Parabéns! A alternativa B está correta.

O capital inicial aplicado é de US\$15.000,00. Como esse capital foi dividido em dois investimentos com juros distintos, precisamos, primeiramente, encontrar qual foi o capital aplicado em cada investimento.

Como 30% desse capital foi aplicado em juro simples, vamos descobrir quanto foi o valor C1 aplicado nesse caso. Utilizando regra de três simples e direta, podemos formar a seguinte representação:

\$		%
15.000	—	100%
x	—	30%

Representação de juros compostos.

Isso nos fornece a seguinte proporção:

$$\frac{15000}{x} = \frac{100}{30}$$

E fazendo a multiplicação cruzada, obtemos:

$$100x = 450.000 \Rightarrow x = 4.500$$

Logo, Pedro aplicou $C_1 = 4.500$ meses a juros simples de:

$$i = 4\% = \frac{4}{100} = 0,04 \text{ ao mês}$$

Assim, o lucro desse primeiro investimento será o juro simples obtido no período, que é dado por:

$$J = C_1 \times i \times t = 4.500 \times 0,04 \times 3 = 540 \text{ dólares}$$

Agora, para o segundo investimento, foi aplicado o capital de:

$$C_2 = 15.000 - C_1 = 15.000 - 4.500 = 10.500$$

Durante o tempo $t = 3$ meses à taxa de juro composto:

$$i = 5\% = \frac{5}{100} = 0,05 \text{ ao mês}$$

Assim, o montante obtido na taxa de juros compostos é dado por:

$$M = C_2(1 + i)^t = 10.500(1 + 0,05)^3 = 10.500(1,05)^3 = 12.155,06$$

Logo, o lucro obtido nesse segundo investimento é dado por:

$$J = M - C_2 = 12.155,06 - 10.500 = 1655,06 \text{ extdólares}$$

Portanto, o lucro total obtido por Pedro é igual à soma dos lucros individuais de cada investimento:

$$\text{Lucro} = 540 + 1655,06 = 2195,06 \text{ dólares}$$

Considerações finais

Você, em seu cotidiano, irá se deparar, com grande frequência, com os conceitos de Matemática apresentados neste conteúdo. Por isso, os exemplos utilizados foram simples, diretos e realistas, procurando facilitar sua compreensão.

Nossa realidade econômica é complexa e instável e são comuns as ocorrências de confusão e de erros, tanto na assimilação da teoria quanto na prática dos cálculos. Uma vez bem informado — e seguro com isso —, o estudante estará apto a resolver os mistérios e dilemas matemáticos de seu dia a dia, dos pequenos aos grandes, podendo, assim, escapar de eventuais armadilhas criadas por si mesmo e pelos outros.



Podcast

Ouçã esse podcast que aborda sobre os principais assuntos abordados no tema.

Para ouvir o *áudio*, acesse a versão online deste conteúdo.



Explore +

Para saber mais sobre os assuntos explorados neste tema, leia:

Equações do primeiro grau

SILVA, A. de A.; COSTA, G. M. P. da. **Equações do primeiro grau** - Uma proposta de aula baseada na análise de livros. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática). Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada, IMPA, Rio de Janeiro, mar. 2014.

Juros simples e compostos

HAZZAN, S.; POMPEO, J. N. **Matemática Financeira**. 4. ed. São Paulo: Saraiva, 1998.

Juros simples e compostos

SAMANEZ, C. P. **Matemática Financeira**. 5. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.

Regra de três

BRASIL. Ministério da Educação. FREITAS, E. A. **Matemática – Regra de Três**. In: Redeetec.mec, Brasília, DF: Ministério da Educação, 2014.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. FREITAS, E. A. **Matemática** - Regra de Três. Redeetec.mec, Brasília, DF: Ministério da Educação, 2014.

GIOVANNI, J. R.; BONJORNIO, J. R.; GIOVANNI JÚNIOR, J. R. **Matemática Fundamental** - Uma Nova Abordagem. São Paulo: FTD S.A, 2002.

HAZZAN, S.; POMPEO, J. N. **Matemática Financeira**. 4. ed. São Paulo: Saraiva, 1998.

SAMANEZ, C. P. **Matemática Financeira**. 5. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.

SILVA, A. G.; LOPES, A. F.; PEREIRA, A. C. **Razões, Proporções, Porcentagens, Juros**. Apostila. Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (Pibid). Faculdade de Matemática, 2013. Universidade Federal da Paraíba.

Material para download

Clique no botão abaixo para fazer o download do conteúdo completo em formato PDF.

Download material

O que você achou do conteúdo?



Relatar problema